

# Fisica e fumetti: Paperone ed il deposito sotterraneo

Franco Bagnoli<sup>1,2</sup> e Francesco Saverio Cataliotti<sup>1,3</sup>

1. Dip. Energetica, Università di Firenze and INFN, sez. Firenze, via S. Marta 3 50139 Firenze, Italia
2. Also CSDC, Univ. Firenze email: franco.bagnoli@unifi.it
3. Also LENS, Univ. Firenze email: francescosaverio.cataliotti@unifi.it

21 gennaio 2013

## Sommario

I fumetti, come i film, spesso utilizzano idee scientifiche “fantasiose”. Non ci riferiamo qui alla *violazione implicita* delle leggi della fisica, cosa permessa in un mondo di fantasia, quanto piuttosto all’uso di *spiegazioni* fisiche errate che vengono usate in buona fede perché a riflettono convinzioni molto diffuse, ma sbagliate, sull’interpretazione di fenomeni a partire dai principi fisici. D’altra parte questi errori possono servire a illustrare la corretta applicazione della fisica in una maniera molto più accattivante rispetto alla modalità tradizionale di presentazione. Analizziamo qui l’avventura *Paperone ed il deposito sotterraneo* di Pezzin e Cavezzano [1].

## Abstract

Comics and cartoon movies sometimes exploit fictitious scientific ideas. It is often the case that these ideas, although thought wrong, actually reflect the popular vision of some natural phenomenon. We do not refer here to the *implicit violation* of physical laws in fictions, a practice allowed by the underlining “poetic licence” of comics. However, sometimes wrong scientific “explanations” are proposed, and those may be accepted by the public without further inspection. On the other hand, these errors may be a good starting point for a didactic illustration of physical principles. We analyze here the comics *Paperone ed il deposito sotterraneo* (Uncle Scrooge and the underground money bin) by Perrin e Cavezzano [1].

## 1 Introduzione

L’avventura *Paperone ed il deposito sotterraneo* [1] inizia con Paperone esasperato dai continui tentativi di furto da parte della Banda Bassotti (fig. 1-a). Per cercare di scoraggiare altri tentativi di furto, Paperone decide di costruire un deposito sotterraneo. Purtroppo, i Bassotti vengono a sapere del piano e durante la costruzione, mascherati da operai, riescono a nascondere delle casse di dinamite sotto il pavimento del deposito sotterraneo (fig. 1-b). Mentre Paperone, Paperino e i nipoti Qui, Quo e Qua stanno scendendo con l’ascensore, i Bassotti fanno esplodere la dinamite, cosicché dollari e ascensore (contenente i paperi) vengono scagliati in alto (fig. 2-a). I paperi sopravvivono alla tremenda accelerazione; dopo poco però si accorgono che l’ascensore si separa dalla massa dei dollari e inizia a scendere (fig. 2-b). Uno dei paperini trova subito la spiegazione: *E’ logico! L’ascensore pesa di più di un dollaro e quindi comincia prima a scendere!* (fig. 2-c).

Dopo essere sopravvissuti anche all’atterraggio, i paperi ed i Bassotti attendono invano il rientro dei dollari, e temono che possano essere entrati in orbita (fig. 3-a). Anche in questo caso, è uno dei paperini che “scopre” il

motivo della scomparsa dei dollari: *Siamo stati sciocchi a non pensarci prima! Colpa della rotazione della Terra!* [...] *Mentre erano in aria la Terra si è spostata ruotando sul suo asse!* (fig. 3-b) [...] *Secondo i calcoli dovrebbero essere* [atterrati] *a 80 km a ovest di Paperopoli!* (fig. 3-b). Ovviamente la conclusione non è così semplice. Dopo aver percorso gli 80 km di corsa, scopriranno che i dollari sono finiti in mare e Paperone costringerà i Bassotti a recuperarli.

La storia presenta un certo numero di errori di fisica. Non ci riferiamo qui alla capacità di sopravvivere ai traumi, cosa che appartiene alla “fisica dei fumetti”, che possono essere assimilati ai cartoni animati. Come spiegato esplicitamente in Ref. [2], i cartoni possono morire solo dal ridere o se vengono sciolti nella “salamoia”, mentre si riprendono dai traumi senza conseguenze, riportando al limite un leggero stordimento. Ovvero: *L’animazione segue le leggi della fisica, a meno che il contrario risulti più divertente.* [3]. Si veda anche l’appendice A sulle leggi del moto nei cartoni animati.

Per un autore di fumetti la fisica (e tutte le scienze) costituiscono stimoli immaginifici che non necessariamente si traducono in una trattazione accurata. G. Pezzin, autore della storia, commenta [4]

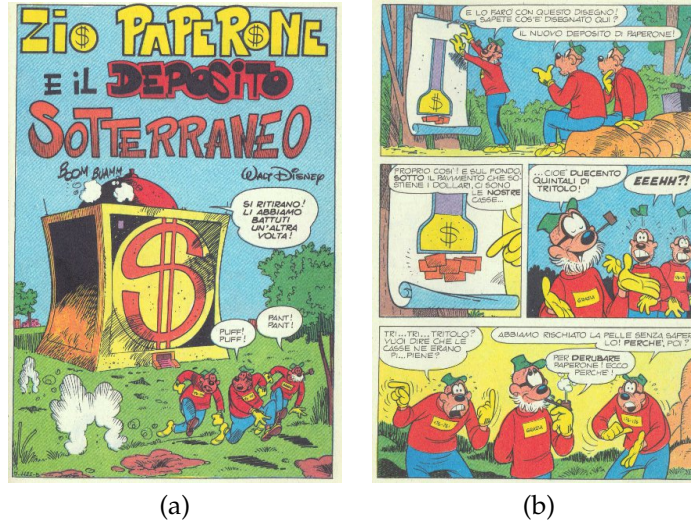


Figura 1: (a) Prima pagina dell'avventura *Paperone ed il deposito sotterraneo*. (b) Lo schema del deposito sotterraneo e la carica nascosta dai Bassotti.

*In effetti non avevo fatto veri calcoli scrivendo la storia. A me interessava di più l'effetto complessivo. L'idea l'ho avuta leggendo appunto Verne, ma soprattutto mi piaceva l'immagine di una "fucilata di dollari", soprattutto se disegnata da Cavazzano.*

Tuttavia, quando si invocano esplicitamente le leggi della fisica *umana*, data la popolarità dei fumetti si corre il rischio di lasciare *tracce* pericolose nei futuri studenti di fisica, ingegneria, ma non solo... Cerchiamo qui di *rimediare*, per quanto possibile.

Gli errori che si possono rimarcare sono:

1. Durante il volo in caduta libera, dopo l'esplosione, i paperi stanno ritti sul pavimento come se questo fosse in quiete.
2. L'ascensore si separa dalla massa dei dollari in virtù del suo peso.
3. Si teme che i dollari siano entrati in orbita.
4. Il punto di caduta si sposta verso ovest di 80 km a causa della rotazione terrestre.

Dopo aver introdotto le varie forze agenti sugli oggetti del problema e aver considerato gli ordini di grandezza coinvolti, discuteremo i primi tre errori nella sezione 3, mentre dedicheremo la sezione 4 all'analisi dell'ultimo errore nel caso di moto nel vuoto, e la sezione 5 al caso con attrito. Discuteremo i possibili ulteriori approfondimenti e il valore didattico dell'esempio nella sezione finale.

## 2 Qualche commento sulle forze coinvolte e ordini di grandezza

Nel seguito eseguiremo alcuni calcoli sulla base di modelli, come per esempio quello del punto materiale. Ogni modello nasce in base a certe approssimazioni della realtà, e quindi è necessario controllare gli ordini di grandezza dei vari fattori. E' spesso inutile eseguire dei calcoli complessi sulla base di un modello che non è giustificato sulla base di quanto si conosce del sistema sperimentale. D'altra parte, a volte un modello troppo semplice, pur permettendo di eseguire facilmente dei calcoli, può non essere adeguato.

Eseguiamo i calcoli nel sistema di riferimento accelerato dell'osservatore sulla superficie terrestre. L'accelerazione di gravità  $g$  in funzione della distanza dal centro della terra  $r$  è  $g = GM_{\odot}/R_{\odot}^2$ , dove  $M_{\odot} \simeq 5.98 \cdot 10^{24}$  kg è la massa terrestre,  $R_{\odot} \simeq 6.372 \cdot 10^6$  m è il raggio medio terrestre e  $G \simeq 6.67 \cdot 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/kg/s<sup>2</sup> la costante di gravitazione universale. Scrivendo  $r = R_{\odot} + h$ , con  $h$  altezza dal suolo, si ha

$$g = \frac{GM_{\odot}}{(R_{\odot} + h)^2} \simeq \frac{GM_{\odot}}{R_{\odot}^2} \left(1 - 2\frac{h}{R_{\odot}}\right).$$

Quindi l'approssimazione di forza peso indipendente dalla quota ha un errore del 1% circa ogni 31.5 km di altezza raggiunta.

Detta  $v_0$  la velocità iniziale, il tempo di volo in assenza di attrito dell'aria è  $\tau = 2v_0/g$ . L'altezza  $h_m$  raggiunta (in assenza di attrito dell'aria) è  $h = v_0^2/(2g)$ .

In presenza di attrito dell'aria ( $F_a = -\gamma v$ ), con coefficiente  $\gamma$  in effetti dipendente dalle dimensioni e dalla

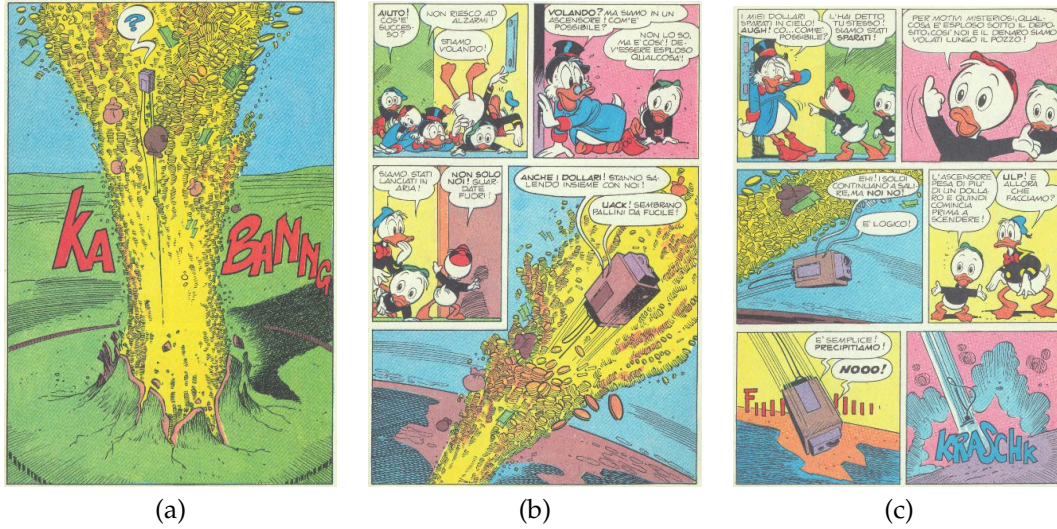


Figura 2: (a) Esplosione del deposito. (b) Traiettoria di dollari ed ascensore. (c) Separazione tra ascensore e dollari.

forma dell'oggetto in moto, si ha

$$h = \frac{mv_0}{\gamma} - \frac{m^2 g}{\gamma^2} \log \left( 1 + \frac{\gamma v_0}{mg} \right).$$

L'altezza di 31.5 km si raggiunge in assenza di attrito dell'aria per una velocità iniziale di circa 790 m/s. In presenza di attrito dell'aria con un coefficiente realistico  $\gamma = 0.1 \text{ kg/s}$ , la velocità necessaria per una massa  $m = 1 \text{ kg}$  è circa 3500 m/s (molto superiore alla velocità dei proiettili). D'altra parte il moto non è sicuramente viscoso (ma piuttosto turbolento), e inoltre l'atmosfera è spesso solo qualche chilometro, con grandi variazioni di densità e temperatura, questo porterebbe ad utilizzare una formula differente per l'attrito dell'aria con un coefficiente dipendente dall'altezza.

Vediamo dunque le forze che agiscono su di un proiettile:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{peso}} &= -mg\mathbf{j}, \\ \mathbf{F}_{\text{aria}} &= -\gamma\mathbf{v}, \\ \mathbf{F}_{\text{Coriolis}} &= -2m\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v}, \\ \mathbf{F}_{\text{Centrifuga}} &= -m\boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r}). \end{aligned}$$

Per un corpo di massa 1 kg assumendo  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , la velocità di rotazione terrestre  $\omega \simeq 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$  e  $\gamma = 0.1 \text{ kg/s}$ , si hanno i rapporti fra i moduli (con  $v_0 = 1000 \text{ m/s}$ )

$$\begin{aligned} \frac{F_{\text{aria}}}{F_{\text{peso}}} &= 10.2, \\ \frac{F_{\text{Coriolis}}}{F_{\text{peso}}} &= 0.0148, \\ \frac{F_{\text{Centrifuga}}}{F_{\text{peso}}} &= 0.0034. \end{aligned}$$

Ne segue che non si può trascurare la forza di attrito dell'aria, pur non sapendo bene come modellizzarla. La forza centrifuga è trascurabile perché piccola e diretta come la forza peso (all'equatore) mentre la forza di Coriolis NON è trascurabile perché, pur piccola, è diretta perpendicolarmente alla forza peso (all'equatore).

Eseguiamo comunque i calcoli prima in assenza di attrito da parte dell'aria, e vedremo che si possono ottenere i risultati con carta e penna. Passeremo poi alla discussione in presenza di attrito viscoso, ma solo come esercizio di calcolo. Approssimeremo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

### 3 Moto dei gravi

Il primo errore di fisica consiste nel fatto di rappresentare i paperi in piedi nell'ascensore anche se questo è in caduta libera.

Facciamo prima le considerazioni nel vuoto. Il sistema di riferimento dell'ascensore è un sistema in moto accelerato con accelerazione pari a  $g$ . All'interno di un tale sistema di riferimento si osserva una forza fittizia di valore  $-mg$  cioè tale da cancellare esattamente la forza peso. Quindi, relativamente all'ascensore, i paperini dovrebbero galleggiare "senza peso"; In effetti gli esperimenti (e i film) in condizioni di gravità ridotta vengono proprio realizzati in sistemi in caduta libera, per esempio all'interno di un aereo in stallo [5] (Fig. 4-c) o in appositi contenitori lasciati cadere da una torre, senza dimenticare le navicelle spaziali in orbita intorno alla terra (che probabilmente nel prossimo futuro diventeranno convenienti economicamente anche per la cinematografia) o la stazione spaziale internazionale.

Si può anche fare riferimento al principio di equivalenza debole, ovvero al fatto che localmente non è possibile distinguere un campo gravitazionale dall'accelera-



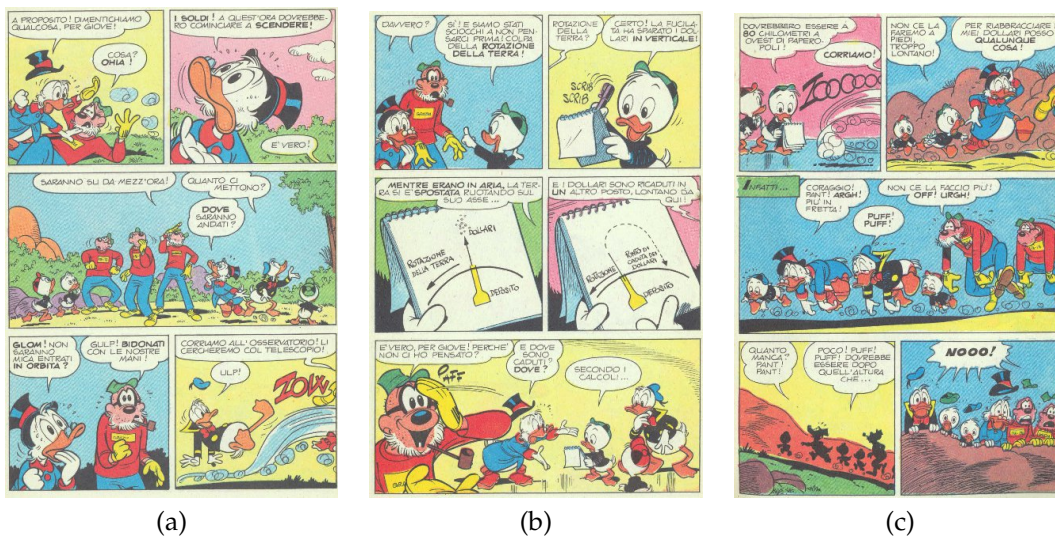


Figura 3: (a) La scomparsa dei dollari. (b) La “spiegazione”. (c) La distanza stimata.

zione di un sistema di riferimento non inerziale, principio che facilmente porta a calcolare la deviazione di un raggio luminoso in un campo gravitazionale.

Senza ricorrere ai sistemi di riferimento non-inerziali, quando un sistema è soggetto solo alla forza di gravità, e questa si può considerare omogenea, nessun sottosistema viene accelerato diversamente dal resto. L'errore nel fumetto può servire a mettere in evidenza che noi, con i nostri sensi, non “sentiamo” la forza di gravità, che agisce nella stessa maniera in ogni nostra parte. Quello che ci dà il senso del “peso” è in realtà la reazione vincolare del suolo, che ci impedisce di sprofondare, trasmessa attraverso le nostre ossa al resto del corpo. La stessa spiegazione fisica è alla base dei traumi che vengono causati dalle brusche accelerazioni (o più probabilmente, dalle decelerazioni, per esempio durante un incidente automobilistico). Quello che ci causa danni non è la decelerazione, ma il fatto che venga impartita solo ad una parte del nostro corpo da un vincolo (per esempio il parabrezza della nostra auto).

Rimanendo all'interno della letteratura di fantasia, che le brusche accelerazioni causino danni è, per esempio, ben presente in J. Verne, che, nel romanzo “Dalla Terra alla Luna” [6], a cui in fondo questo fumetto si ispira, usa degli ammortizzatori ad acqua per permettere ai protagonisti di sopravvivere (anche se uno dei due cani imbarcati morirà per i traumi subiti). La massima accelerazione sopportabile senza danni da un essere umano varia con la posizione del corpo, per una posizione “generica” non deve superare i  $3g$  ( $g$  è l'accelerazione di gravità,  $9.8 \text{ m/s}^2$ ), ma può arrivare a più di  $10g$  se il corpo è sdraiato. Durante un urto può superare le centinaia di  $g$ .

Viceversa, lo stesso Verne nel romanzo “Intorno alla Luna” [7] commette un errore simile a quello qui es-

aminato quando descrive come l'effetto di “assenza di peso” si possa apprezzare solo per un breve momento vicino al punto di equilibrio tra le attrazioni terrestri e lunare (vedere l'appendice B).

Non è forse inutile sottolineare come il brindisi finale non avrebbe potuto aver luogo – i liquidi in caduta libera possono rimanere compatti a causa della tensione superficiale, ma certo non possono essere versati nei bicchieri. D'altra parte, Jules Verne giustamente sottolinea che il cadavere del cane morto, gettato poi nello spazio, segue il proiettile per tutto il viaggio (fig. 4-a).

E' possibile anche proporre un facile esperimento di verifica [9], utilizzando una bottiglia di plastica (senza tappo) riempita d'acqua in cui è stato praticato un forellino vicino al fondo. Lasciandola cadere da qualche metro di altezza si vede come il flusso di acqua cessi immediatamente appena inizia la caduta, e che l'acqua non esce neppure dal foro del tappo. Con un po' di esercizio, si riesce a lanciare la bottiglia in verticale senza farla ruotare, ed anche in questo caso il flusso cessa al momento del lancio.

Tornando ai nostri paperi, dato che il moto dell'ascensore e dei dollari avviene in aria, si dovrebbe tenere conto dell'attrito viscoso, che può influenzare anche la discussione dell'errore n. 3. In caso di moto viscoso, si dovrebbe avere come risultato che l'ascensore viene rallentato rispetto alla caduta libera e quindi i paperi dovrebbero (forse) potersi tenere in piedi. Dalla figura si può però desumere che i dollari e l'ascensore viaggiano in formazione compatta, trascinando presumibilmente con sé anche l'aria. In questo caso ovviamente non ha senso la separazione dell'ascensore dai dollari, in quanto le forze agenti (la forza di gravità  $mg$ ) è proporzionale alla massa così come la forza di inerzia ( $ma$ ). Dall'equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale, ogni

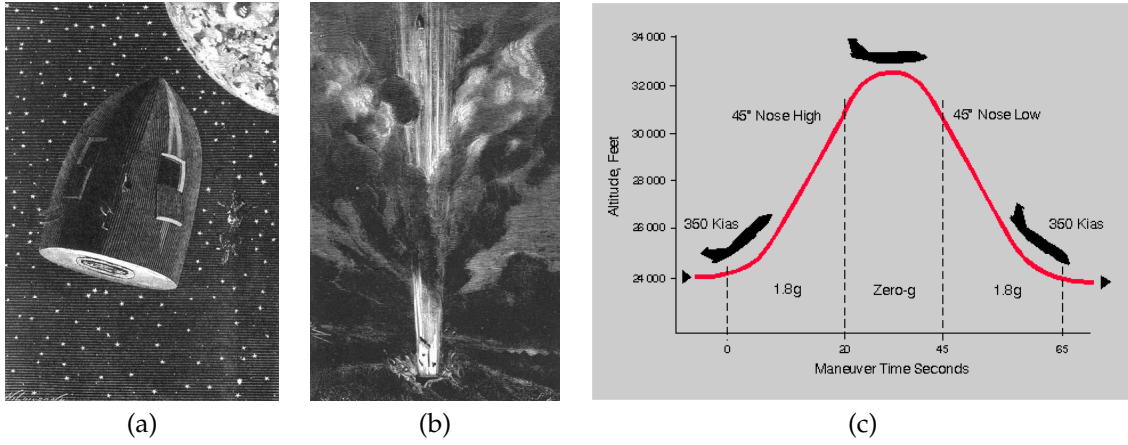


Figura 4: (a) Il proiettile ed il cadavere del cane in una illustrazione dal libro *Intorno alla Luna* [8] disegnata da Émile-Antoine Bayard e Alphonse de Neuville (16 Sep. 1872). (b) Il lancio del proiettile in un disegno dall'edizione illustrata di *Viaggio dalla Terra alla Luna* [6] del 1872. (c) La traiettoria dell'aereo (soprannominato "vomit comet") utilizzato per le riprese e gli esperimenti in assenza di gravità.

oggetto in caduta libera si muove con la stessa accelerazione indipendentemente dalla sua massa. In effetti solo l'attrito dell'aria, introducendo una forza non linearmente dipendente dalla massa è in grado di giustificare una separazione fra ascensore e dollari, ritorneremo su questo punto nel prossimo paragrafo 5.

Il terzo errore è un po' più tecnico. In principio è possibile sparare un proiettile con una velocità tale da metterlo in orbita o addirittura farlo uscire dalla gravità terrestre [6]. Anzi, questo avrebbe il grande vantaggio di non dover accelerare anche il combustibile, per esempio il carico utile del razzo Saturn V (il razzo che ha portato gli uomini sulla luna) è molto basso: 3000 tonnellate totali per 118 tonnellate di carico utile in orbita bassa (47 tonnellate per la luna) [10].

La prima velocità cosmica  $v_1$  è la velocità che bisogna imprimere ad un proiettile o missile per permettergli di entrare in orbita circolare con raggio minimo. Dall'equilibrio tra forza gravitazionale e forza centrifuga

$$m \frac{v_1^2}{r} = G \frac{M_\odot m}{r^2},$$

in cui  $M_\odot \simeq 5.98 \cdot 10^{24}$  kg è la massa terrestre,  $m$  la massa del proiettile,  $r$  è il raggio dell'orbita,  $G \simeq 6.67 \cdot 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/kg/s<sup>2</sup> la costante di gravitazione universale, si ottiene, prendendo  $r = R_\odot \simeq 6.372 \cdot 10^6$  m, raggio terrestre per un'orbita radente alla superficie, (appena al di sopra dell'atmosfera),

$$v_1 \simeq 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

D'altra parte, la quantità di polvere da sparo (e la lunghezza della canna) necessaria per imprimere una certa velocità ad un proiettile cresce notevolmente con la velocità del proiettile stesso. Citando dalla Ref. [11],

*Se per 1000 m/s la carica di polvere pesava il 40% del peso del proiettile, per ottenere 1300 m/s occorreva un peso di polvere pari a quello del proiettile.*

Il progetto HARP [12] mirava appunto a usare cannoni come lanciatori per oggetto in alta atmosfera, ma non raggiunse mai velocità superiori a meno della metà della velocità  $v_1$ . Tuttavia, ci sono nuovi progetti del genere in atto [13].

Dalla fig. 1 è evidente che la carica non è abnorme rispetto al contenuto del deposito. Del resto, possiamo desumere la velocità iniziale  $v_0$  dalla stima (errata) fatta dai paperini (Fig. 3-c): la velocità tangenziale della terra è circa 437 m/s, e per uno spostamento di 80 km si ha un tempo di volo di  $\tau \simeq 183$  s. Dato che  $\tau = 2v_0/g$  si ottiene  $v_0 \simeq 915$  m/s, che noi approssimiamo a 1000 m/s, ben al di sotto della prima velocità cosmica.

La variazione della forza di gravità con l'altezza è trascurabile, per cui nel seguito useremo  $g$  costante (e uguale a 10 m/s<sup>2</sup>). Approssimeremo coerentemente  $\tau \simeq 200$  s.

## 4 Rotazione della terra e sistemi di riferimento non inerziali

Il quarto errore merita una discussione più ampia. La "spiegazione" del paperino è ovviamente sbagliata. I dollari, essendo sparati in verticale, mantengono la stessa velocità tangenziale della terra. Se il movimento potesse essere assimilato ad un moto traslatorio uniforme, i dollari dovrebbero ricadere nello stesso punto. Ma il moto della terra non è traslatorio, così che ci troviamo in un sistema di riferimento accelerato. Prendiamo quindi un sistema di riferimento locale in cui

l'asse  $y$  sia verticale (con lo zero sulla superficie terrestre), l'asse  $x$  vada da est a ovest e l'asse  $z$  sia perpendicolare a questi due (terra vista dal polo nord). Facciamo innanzi tutto i calcoli come se il deposito si trovasse sull'equatore. La rotazione della terra avviene in senso antiorario con una velocità angolare  $\omega = 2\pi/(24 \cdot 3600) \text{ rad/s} \simeq 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$  e per il momento la consideriamo diretta come l'asse  $z$ , ovvero  $\omega = \omega \mathbf{k}$ .

Le forze "apparenti" in un sistema di riferimento non inerziale sono la forza centrifuga  $-m\omega \wedge (\omega \wedge \mathbf{r})$  e la forza di Coriolis  $-2m\omega \wedge \mathbf{v}$ . Come osservato in precedenza, si può trascurare il contributo della forza centrifuga. Rimane quindi il contributo della forza di Coriolis. Impostando le equazioni del moto si ottiene

$$m\ddot{x} = 2m\omega\dot{y}, \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = -mg - 2m\omega\dot{x}. \quad (2)$$

Integrando l'eq. (1) tra 0 e  $t$ , con le condizioni iniziali  $y(0) = 0$  ed  $\dot{x}(0) = 0$  cioè dollari sparati in verticale, si ottiene

$$\dot{x} = 2\omega y, \quad (3)$$

che è sempre positivo. Quindi effettivamente il proiettile viene spostato dalla rotazione terrestre verso ovest, ma per una ragione diversa da quella ipotizzata. E' probabilmente più facile visualizzare l'effetto in un sistema di riferimento fisso (osservatore inerziale): al momento dello sparo i dollari, oltre alla velocità verticale, hanno una componente orizzontale (tangenziale alla terra) diretta da ovest verso est. Il moto è quasi parabolico, data limitata altezza raggiunta, ma al momento in cui i dollari raggiungono la retta tangente alla terra e passante dal loro punto di lancio, sulla verticale (quasi) del loro punto di partenza, devono ancora "scendere" per un tratto dato che la terra è sferica. Durante questa caduta residua la terra continua a girare e quindi i dollari cadono ad ovest.

Calcoliamo precisamente traiettoria e punto di caduta nelle nostre approssimazioni. Sostituendo l'eq. 3 nella 2 si ottiene

$$\ddot{y} = -g - 4\omega^2 y, \quad (4)$$

ovvero l'equazione di un oscillatore armonico, cosa che può sorprendere un po'. La soluzione con le condizioni iniziali  $y(0) = 0$ ,  $\dot{y}(0) = v_0$  è

$$y(t) = \frac{g}{4\omega^2} (\cos(2\omega t) - 1) + \frac{v_0}{2\omega} \sin(2\omega t). \quad (5)$$

Nel limite  $\omega \rightarrow 0$  si ottiene, sviluppando al secondo ordine,

$$y(t) \simeq v_0 t - \frac{1}{2} g t^2,$$

come ci aspettavamo.

Sostituendo l'eq. 5 nell'eq. 3 ed integrando con le condizioni iniziali  $x(0) = \dot{x}(0) = 0$  si ottiene

$$x(t) = \frac{g}{4\omega^2} [\sin(2\omega t) - 2\omega t] - \frac{v_0}{2\omega} [\cos(2\omega t) - 1]. \quad (6)$$

Possiamo verificare che nel limite  $\omega \rightarrow 0$  si ottiene al primo ordine  $x(t) = 0$ . Sviluppando al terzo ordine otteniamo correttamente

$$x(t) \simeq \omega \left( v_0 t^2 - \frac{1}{3} g t^3 \right) \quad (7)$$

Al tempo  $\tau$  si ha

$$x(\tau) \simeq \frac{4\omega v_0^3}{3g^2} = 1 \text{ km}$$

(fig. 5-a), ovvero una distanza che si può agevolmente percorrere a corsa (anche se senza allenamento probabilmente si arriva senza fiato), come illustrato in fig. 3.

Paperopoli però non è sull'equatore. Dato che si trova in California si può pensare che sia più o meno a  $37^\circ \text{N}$ . In questo caso si avrà una deviazione verso ovest di soli 765 m.

Si noti che la procedura a prima vista corretta per cui si assume che un proiettile rimanga indietro rispetto al punto di sparo della distanza  $d = \omega \int_0^\tau y(t) dt$ , partendo dall'assunto che la velocità tangenziale alla superficie sia minore di quella in quota, porta ad un risultato che è la metà di quello corretto (dato il fattore 2 nella forza di Coriolis).

## 5 Calcolo in presenza di attrito viscoso

Per esercizio possiamo sviluppare il calcolo in presenza di attrito viscoso, proporzionale alla velocità. Dal secondo principio della dinamica

$$\ddot{x} = 2\omega\dot{y} - (\gamma/m)\dot{x}, \quad (8)$$

$$\ddot{y} = -g - 2\omega\dot{x} - (\gamma/m)\dot{y}. \quad (9)$$

Ricavando  $\dot{y}$  e  $\ddot{y}$  dalla prima di queste equazioni e sostituendo nella seconda otteniamo

$$\ddot{x} + (\gamma/m)\ddot{x} = -2\omega g - 4\omega^2 \dot{x} - (\gamma/m)\dot{x} - (\gamma/m)^2 \dot{x}, \quad (10)$$

con le sostituzioni

$$\Gamma = \gamma/m,$$

$$\Omega = \sqrt{4\omega^2 + (\gamma/m)^2},$$

$$\zeta = \dot{x} + 2\omega g/\Omega^2,$$

si ottiene l'equazione di un moto armonico smorzato

$$\ddot{\zeta} + 2\Gamma\dot{\zeta} + \Omega^2\zeta = 0. \quad (11)$$

Risolvendo questa equazione con le condizioni iniziali  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ ,  $\ddot{x}(0) = 2\omega v_0$ , si ottiene

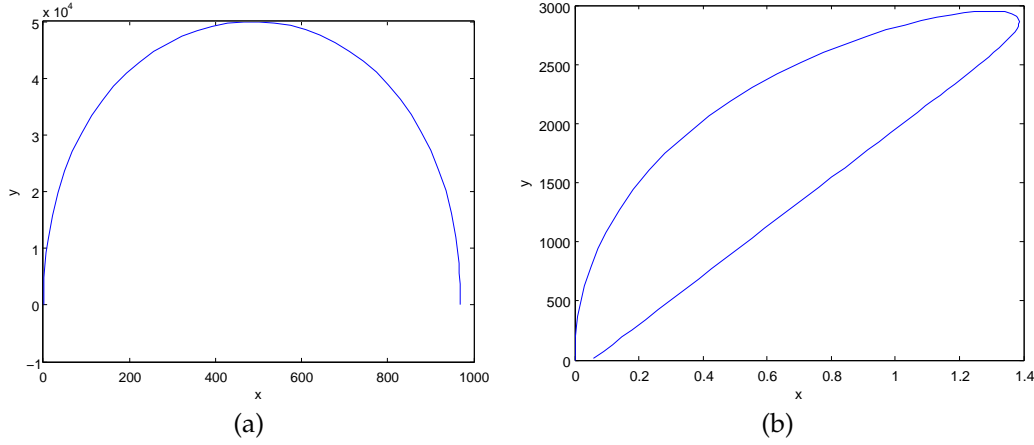


Figura 5: (a) Traiettorie dell'ascensore in assenza (linea tratteggiata) e in presenza (linea continua) di aria,  $\omega = 2\pi/(24 \cdot 3600) \text{ rad/s} \simeq 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 0.1 \text{ kg/s}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$ . (b) Traiettorie dell'ascensore in presenza di attrito viscoso dell'aria, assumendo  $m = 0.03 \text{ kg}$ .

$$x = \frac{1}{\Omega^4} \left\{ 2\omega(2g\Gamma + \Omega^2 v_0) - e^{-\Gamma t} [2\omega(2g\Gamma + \Omega^2 v_0) \cos(2\omega t)] + (g\Gamma^2 + \Gamma\Omega^2 v_0 - 4g\omega^2) \sin(2\omega t) \right\} - 2g\omega\Omega^2 t.$$

Inserendo la soluzione nell'equazione per  $\dot{y}$  ed integrando si ottiene

$$y = \frac{1}{\Omega^4} \left\{ (g\Gamma^2 + \Gamma\Omega^2 v_0 - 4g\omega^2) + e^{-\Gamma t} [2\omega(2g\Gamma + \Omega^2 v_0) \sin(2\omega t) - (g\Gamma^2 + \Gamma\Omega^2 v_0 - 4g\omega^2) \cos(2\omega t)] - g\Gamma\Omega^2 t \right\}.$$

All'ordine zero in  $\omega$  dà la soluzione del moto in assenza di forza di Coriolis, che si discosta poco dalla soluzione reale.

$$y = \frac{1}{\Gamma} \left[ \left( v_0 + \frac{g}{\Gamma} \right) (1 - e^{-\Gamma t}) - gt \right]. \quad (12)$$

Per corpi di massa piccola rispetto al coefficiente di attrito ( $\Gamma = \gamma/m$  grande), la forza di attrito viscoso domina sulla forza di Coriolis anche nel caso del moto lungo l'asse  $x$ ; l'accelerazione lungo l'asse  $x$  sarà perciò nulla. Integrando l'equazione (8) con le condizioni iniziali  $x(0) = 0$  ed  $y(0) = 0$  possiamo quindi ottenere

$$x(t) \simeq -\frac{2m\omega}{\gamma} y(t), \quad (13)$$

e quindi al termine del moto i dollari ricadono quasi esattamente sul punto di partenza. La traiettoria numerica dei dollari (assumendo una massa di 30 g) è riportata in Fig. 5-b. Si noti che nel caso di moto viscoso la

traiettoria è quasi verticale: la scala orizzontale nella figura 5-b è di soli 1.4 cm. Inoltre l'altezza massima è molto ridotta, ed il tempo di volo (non indicato) si riduce a circa la metà ( $\tau \simeq 100 \text{ s}$ ). Ovviamente si è trascurato il trascinamento dell'aria da parte della massa dei dollari, per cui probabilmente si dovrebbe osservare un notevole sparpagliamento delle monete.

Per l'ascensore, invece, il valore di  $\Gamma$  è molto piccolo, data la grande massa. Prendendo sempre  $\gamma = 0.1 \text{ kg/s}$  e assumendo  $m = 1000 \text{ kg}$ , la traiettoria dell'ascensore non si discosta essenzialmente da quella in assenza di aria (spostamento finale circa 950 m all'equatore). Le traiettorie dell'ascensore calcolate numericamente in assenza e presenza di aria sono riportate in Fig. 5-a.

Quindi, in presenza di aria, è presumibile che lo scenario sia opposto di quello ipotizzato nel fumetto: l'ascensore devia verso ovest molto più dei dollari.

## 6 Conclusioni

Abbiamo presentato un'analisi della fisica di un fumetto cercando di mettere in luce gli aspetti più semplici da calcolare anche con carta e penna. E' ovviamente possibile svolgere il calcolo in maniera accurata, anche se ciò comporta l'uso dell'integrazione numerica. Riteniamo comunque che anche in maniera approssimata la discussione presenti degli spunti interessanti.

Ovviamente non intendiamo contestare qui la "licenza poetica" da parte degli autori di opere di fantasia che può giustificare qualsiasi violazione delle leggi della fisica. D'altra parte, la presentazione di leggi fisiche a partire da un fumetto dovrebbe stimolare la curiosità e la riflessione, soprattutto se presentata come "esercizio di scoperta", tipo: "quali errori di fisica sono stati commessi in questo fumetto?".



## Ringraziamenti

Ringraziamo Giorgio Pezzin per la piacevole conversazione e i consigli e Gianluca Martelloni per i preziosi suggerimenti e la verifica dei calcoli analitici.

## A Le leggi del moto nei cartoni animati

di Mark O'Donnell [14]

**Un corpo sospeso nello spazio non cade finché non diventa conscio della propria situazione.** *Paperino corre fuori da un dirupo, credendo che ci sia ancora la terra sotto ai suoi piedi. Vaga nell'aria chiacchierando tra sé finché decide di guardare in basso. A questo punto, la nota legge della caduta dei gravi riprende a valere.*

**Un corpo in movimento permane nel suo stato di moto finché un altro corpo solido non interviene all'improvviso.** *I personaggi dei cartoni animati, che siano sparati da un cannone o stiano rincorrendo qualcuno, hanno una tale quantità di moto che solo un palo del telegrafo o un enorme macigno possono fermarli.*

**Un corpo che passa attraverso un muro lascia un buco della sua stessa identica forma.** *Questo fenomeno, noto anche come sagoma da attraversamento, è tipico di chi subisce la spinta di un'esplosione, o dei personaggi codardi, così ansiosi di scappare da uscire direttamente dal muro, lasciando la propria forma perfettamente ritagliata. L'arrivo di un farabutto (o di un matrimonio) spesso catalizza questa reazione.*

**Il tempo impiegato da un oggetto a cadere per 20 piani è maggiore o uguale al tempo impiegato da chiunque lo abbia fatto cadere dal davanzale a fare 20 spirali nel vuoto nel tentativo di riprenderlo intatto.** *Tale oggetto è inevitabilmente inestimabile; il tentativo di riprenderlo, inevitabilmente vano.*

**La legge di gravità può essere violata dalla paura.** *La forza della mente è sufficiente in molti corpi a provocare una spinta che li porti lontano dalla superficie terrestre. Un rumore sinistro o il verso tipico del nemico provocheranno un moto verso l'alto, di solito verso un lampadario, il ramo di un albero o la cima dell'asta di una bandiera. I piedi di uno che corre o le ruote di un'auto in velocità possono anche non toccare mai terra, portando chi fugge a volare.*

**Al crescere della velocità, gli oggetti possono trovarsi in più posti contemporaneamente.** *Ciò accade particolarmente nei combattimenti corpo a corpo, in cui si può intravedere la testa di un personaggio fuoriuscire dalla nube di una lite in più luoghi simultaneamente. L'effetto è molto comune anche nei corpi che roteano vorticosamente, e stimola il nostro modo di vedere trattenendo le immagini. Alcuni personaggi riescono ad auto-replicarsi solamente a velocità folli, e possono continuare a rimbalzare contro i muri prima*

*di raggiungere la velocità richiesta per questo fenomeno di auto-replicazione della propria massa.*

**Alcuni corpi possono attraversare un muro su cui è disegnato l'ingresso di una galleria; altri no.** *Questa contraddizione del trompe l'oeil lascia sconcertati da generazioni, eppure è noto che chiunque disegni un ingresso finto sulla superficie di un muro per aggirare un nemico, non sarà mai in grado di inseguirlo in questo spazio virtuale. Colui che ha disegnato si appiattisce regolarmente contro il muro ogni volta che ci prova. Questo però è un problema per critici d'arte, non per scienziati.*

**La necessità, sommata alla volontà, può causare materializzazioni spontanee.** *Quando la paura di un pericolo improvviso lo rende necessario, oggetti incredibilmente solidi - come martelli, candelotti di dinamite, torte, seducenti abiti da donna - possono spuntare all'improvviso da dove prima si credeva ci fosse solo lievissima aria. Alcuni spiegano questo controverso fenomeno della tasca senza fondo pensando che questi oggetti spuntino da invisibili recessi dei vestiti dei protagonisti, o provengano da un magazzino appena fuori dallo schermo; ma questo sposta la questione su come si possa ogni volta trovare istantaneamente l'oggetto desiderato.*

**Ogni disintegrazione violenta di materia felina è temporanea.** *I gatti dei cartoni animati hanno molte più vite delle usuali nove. Possono essere affettati, appiattiti, piegati a fisarmonica, arrotondati o fatti a pezzi, ma non vengono distrutti. Dopo qualche istante di bieca autocommiserazione, essi si rigonfiano, riaccorciano, rimontano e solidificano.*

**Ad ogni vendetta corrisponde un'altra vendetta uguale e contraria.** *Questa è l'unica legge dei cartoni animati che si applica molto bene anche al mondo reale. Proprio per questo ci piace vedere che accada ad un papero, piuttosto che a noi.*

**Chiunque sia in caduta libera raggiunge il terreno più velocemente di un'incudine.** *Tale incudine cadrà immancabilmente sulla sua testa.*

**Un corpo appuntito tende a spingere improvvisamente un personaggio verso l'alto.** *Quando un personaggio viene punto (per esempio nel fondoschiena) da un tale corpo (per esempio uno spillo), infrange la legge di gravità lanciandosi verso l'alto a folle velocità.*

**Le armi esplosive non possono causare danni permanenti.** *Esse hanno l'unico effetto di rendere i personaggi temporaneamente neri e bruciacchiati.*

**La gravità si trasmette tramite onde lunghe a bassa velocità.** *Si può osservare questo fatto quando un personaggio si trova sospeso improvvisamente su un baratro. Prima cominciano a scendere i piedi, causando un allungamento delle gambe. Quando l'onda gravitazionale raggiunge il torso, esso comincerà a cadere causando l'allungarsi del collo. Infine, quando anche la testa sarà stata raggiunta dall'onda, la tensione si rilasserà e il personaggio riprenderà le proporzioni usuali, finché non raggiungerà il suolo.*

**La dinamite si genera spontaneamente negli spazi C (gli spazi in cui valgono le leggi dei cartoni animati).** *Il processo è analogo alla teoria dello stato stazionario*



*dell'universo, che ipotizza che le forze che tengono insieme l'universo causino la creazione dal nulla di atomi di idrogeno. I quanti di dinamite sono piuttosto grandi e instabili. Tali quanti sono attirati dalle forze psichiche generate dalla sensazione di pericolo di alcuni personaggi, che riescono a usare la dinamite a proprio vantaggio. Si può pensare che gli spazi C siano il risultato di una primordiale esplosione di dinamite (un big-bang, in effetti).*

## B Dalla Terra alla Luna

[...] Difatti la traiettoria del proiettile correva dalla Terra alla Luna. A mano a mano che si allontanava dalla Terra, l'attrazione terrestre diminuiva in ragione inversa dei quadrati delle distanze, ma anche l'attrazione lunare aumentava nella stessa proporzione. Doveva, dunque, arrivare un punto dove le due attrazioni si neutralizzavano e quindi il proiettile avrebbe perso tutto il suo peso. Se le masse della Luna e della Terra fossero state eguali, questo punto sarebbe stato equidistante dai due astri. Ma, data la differenza delle masse, era facile calcolare che il punto era situato a quarantasette cinquantaduesimi del viaggio e cioè, in cifre, a settantottomila cento e quattordici leghe dalla Terra.

In questo punto un corpo, che non avesse avuto in sé nessun principio di velocità o di spostamento, sarebbe rimasto eternamente immobile, perché attirato con forza eguale dai due astri, senza che nulla lo sollecitasse più verso l'uno che verso l'altro.[...]

Ora, come riconoscere se il proiettile aveva raggiunto il punto neutro a settantottomila cento e quattordici leghe dalla Terra?

Lo avrebbero riconosciuto al preciso momento in cui né essi né gli oggetti del proiettile, avrebbero più subito la legge di gravità. Fin qui i viaggiatori, anche percependo che quell'azione andava diminuendo sempre di più, non ne avevano riconosciuto ancora l'assenza totale. Ma quel giorno, verso le undici del mattino, Nicholl si fece scappare un bicchiere di mano e il bicchiere, invece di cadere, rimase sospeso nell'aria.

— Oh! — esclamò Michel — ecco un'esperienza fisica davvero divertente.

Subito diversi oggetti, armi, bottiglie abbandonate a se stesse rimasero librate come per miracolo. Anche Diana, posta nello spazio da Michel, riprodusse, ma senza nessun trucco, la meravigliosa sospensione fatta dai Caston e dai Robert-Houdin. Né la cagnetta sembrava accorgersi d'esser librata nell'aria.

Essi stessi, sorpresi, stupefatti, nonostante i loro ragionamenti scientifici, sentivano che in quel dominio del meraviglioso nel quale erano arrivati, da uomini avventurosi, il peso mancava ai loro corpi.

Se stendevano le braccia, esse non tendevano più ad abbassarsi. Le teste vacillavano sulle spalle. I piedi non aderivano più al fondo del proiettile. Erano come ubriachi che non hanno più stabilità. La fantasia ha creato

uomini privi di riflessi, altri privi di ombra! Ma qui la realtà, in virtù della neutralità delle forze attrattive, formava uomini nei quali più nulla pesava e che non pesavano più nulla essi stessi.[...]

I suoi amici lo raggiunsero in un istante e tutti e tre, al centro del proiettile, rappresentavano una miracolosa ascensione.

— Ma è una cosa credibile? È verosimile? È possibile? — esclamava Michel Ardati. — No. Eppure è vero! Ah! se Raffaello ci avesse visti così, che Assunzione avrebbe buttato giù sulla sua tela!

— L'Assunzione non durerà — rispose Barbicane. — Se il proiettile passa il punto neutro, l'attrazione lunare ci attirerà verso la Luna.

— E allora i nostri piedi poggeranno sulla volta del proiettile — rispose Michel.

— No — disse Barbicane — perché il proiettile, che ha il centro di gravità molto in basso, piano piano si rivolterà.

— Ma allora tutta la nostra sistemazione sarà messa sotto sopra, è la parola giusta!

— Rassicurati, Michel — rispose Nicholl. — Non c'è da temere nessun caos. Gli oggetti non si muoveranno poiché l'evoluzione del proiettile avverrà insensibilmente.

— Infatti — interloquì Barbicane — e quando esso avrà lasciato il punto di attrazione eguale, la sua culatta, relativamente più pesante, lo trascinerà seguendo un movimento perpendicolare alla Luna. Ma perché questo fenomeno si produca, bisognerà che oltrepassiamo la linea neutra.

— Oltrepassare la linea neutra! — esclamò Michel. — Allora faremo come i marinai che tagliano l'equatore. Brindiamo al nostro passaggio!

Un leggero movimento di fianco riportò Michel verso la parete imbottita. Là egli prese una bottiglia e i bicchieri, li mise «nello spazio», dinanzi ai suoi amici e, bevendo allegramente, tutti e tre salutarono la linea con un triplice urrà!

Quell'influenza delle attrazioni durò un'ora appena. [8]

## Riferimenti bibliografici

- [1] G. Pezzin and G. Cavazzano, *Paperone ed il deposito sotterraneo*, Topolino **1122**, 1, 29 May 1977.
- [2] R. Zemeckis, *Chi ha incastrato Roger Rabbit?*, Walt Disney Studios e Amblin Entertainment (1988).
- [3] Art Babbit, [http://en.wikipedia.org/wiki/Cartoon\\_physics](http://en.wikipedia.org/wiki/Cartoon_physics)
- [4] G. Pezzin, scambio di email private, 18/2/2011.
- [5] [http://www.esa.int/esaCP/SEMNRKF098G\\_index\\_0.html](http://www.esa.int/esaCP/SEMNRKF098G_index_0.html)

- [6] Jules Verne, *De la Terre à la Lune, trajet direct en 97 heures 20 minutes*, Le Journal des Débats (14 Sept. - 14 Oct 1865).
- [7] Jules Verne, *Atour de la Lune*, Le Journal des Débats (4 Nov. - 8 Dec 1869).
- [8] Jules Verne, *Intorno alla Luna* (Mursia, Milano 1964) pp. 79–81.
- [9] Si ringraziano i revisori (referees) per questo suggerimento.
- [10] [http://it.wikipedia.org/wiki/Saturn\\_V](http://it.wikipedia.org/wiki/Saturn_V)
- [11] <http://earmi.it/balistica/berta.htm>
- [12] [http://en.wikipedia.org/wiki/Project\\_HARP](http://en.wikipedia.org/wiki/Project_HARP)
- [13] <http://www.phy6.org/stargaze/ISHARP.htm> and <http://quicklaunchinc.com/home>
- [14] Traduzione di The Laws of Cartoon Motion di Mark O'Donnell. Copyright 1996, Lynn Gold. Traduzione di Alessandro Musesti e Elisabetta Pellarin. <http://www.dmf.unicatt.it/~musesti/leggimoto.html>